

NOTION D'IMPEDANCE

1 . Rappels et compléments

1 . 1 . Les caractéristiques des dipôles les plus communs

Un conducteur ohmique est un dipôle caractérisé par sa résistance R mesurée en ohms (Ω).

Un condensateur est un dipôle caractérisé par sa capacité C mesurée en farads (F).

Une bobine est un dipôle caractérisé par sa résistance R mesurée en ohms (Ω) et par son inductance L mesurée en henry (H). Une bobine est constituée d'un enroulement de cuivre sur un noyau de fer doux.

On différencie les bobines parfaites ou idéales des bobines réelles : l'enroulement de cuivre possède obligatoirement une résistance (plus ou moins grande suivant la qualité de la bobine). La bobine réelle possède une inductance L et une résistance R , alors que la bobine idéale ne possède qu'une inductance L ($R = 0$).

1 . 2 . Rappel sur la représentation de Fresnel

Une tension alternative sinusoïdale s'écrit : $u = U\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi)$

avec u : valeur instantanée,

U : valeur efficace,

U_M : valeur maximale ou amplitude, $U_M = U\sqrt{2}$,

ω : pulsation (en rad/s), $\omega = 2\pi f$ (avec f fréquence en hertz (Hz)),

φ : phase à l'origine (rad).

Par définition, le facteur de puissance (nombre sans unité) est donné par : $\cos \varphi$.

1 . 3 . Lois des tensions et des intensités

En régime sinusoïdal, les lois du courant sont vectorielles. Pour additionner des intensités ou des tensions, il faut tracer un diagramme de Fresnel.

2 . Impédance

2 . 1 . Définition

En régime sinusoïdal, le rapport $\frac{U}{I}$ ou $\frac{U_M}{I_M}$ s'appelle impédance et se note Z et s'exprime en Ω .

Remarque : en régime continu, le rapport précédent s'appelle résistance : $R = \frac{U}{I}$.

En régime sinusoïdal, on a pour :

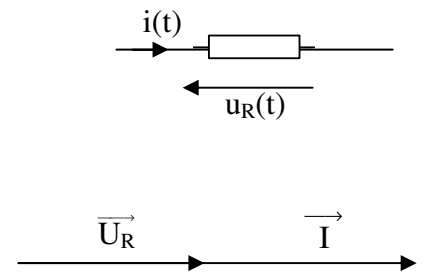
- un conducteur ohmique de résistance R : $Z_R = R$,
- un condensateur de capacité C : $Z_C = \frac{1}{C\omega}$,
- une bobine idéale d'inductance L : $Z_L = L\omega$.

2.2. Cas du conducteur ohmique

La tension instantanée $u_R(t)$ aux bornes d'un conducteur ohmique de résistance R , parcouru par un courant d'intensité instantanée $i(t)$, s'écrit :

$$u_R(t) = R \times i(t).$$

On en déduit que $u_R(t)$ et $i(t)$ sont en phase, donc que l'angle entre \vec{I} et \vec{U}_R est nul.

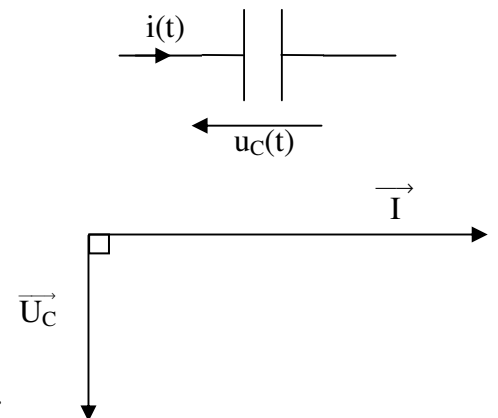


2.3. Cas du condensateur

La tension instantanée $u_C(t)$ aux bornes d'un condensateur est en retard de $\frac{\pi}{2}$ rad sur le courant d'intensité instantanée $i(t)$.

On dit aussi que le déphasage de $u_C(t)$ par rapport à $i(t)$ est de $-\frac{\pi}{2}$ rad.

On en déduit que l'angle entre \vec{I} et \vec{U}_C vaut $-\frac{\pi}{2}$ rad soit -90° .

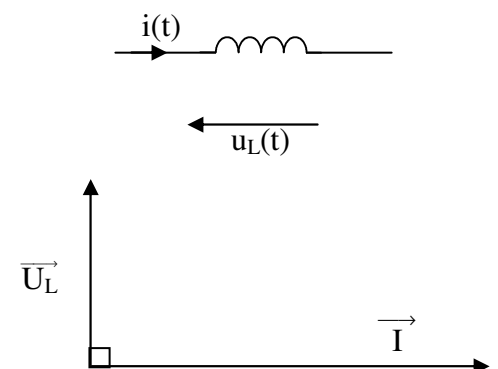


2.4. Cas de la bobine idéale

La tension instantanée $u_L(t)$ aux bornes d'une bobine idéale est en avance de $\frac{\pi}{2}$ rad sur le courant d'intensité instantanée $i(t)$.

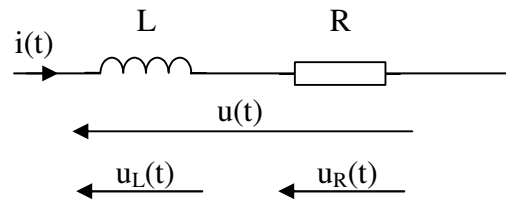
On dit aussi que le déphasage de $u_L(t)$ par rapport à $i(t)$ est de $\frac{\pi}{2}$ rad.

On en déduit que l'angle entre \vec{I} et \vec{U}_L vaut $\frac{\pi}{2}$ rad soit 90° .



3 . Exemple de calcul d'impédance : cas de la bobine réelle

On assimile une bobine réelle à une bobine idéale d'inductance L en série avec un conducteur ohmique de résistance R



On souhaite calculer l'impédance Z d'une bobine réelle.

La tension \vec{U} aux bornes de la bobine réelle est donnée par $\vec{U} = Z \times \vec{I}$.

La tension \vec{U}_R aux bornes du conducteur ohmique est donnée par $\vec{U}_R = Z_R \times \vec{I}$,

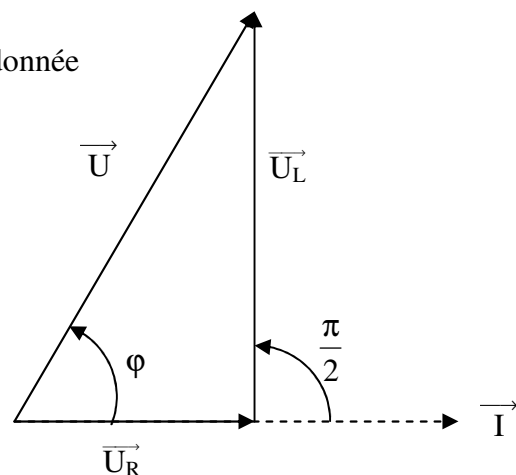
$$\text{soit } \vec{U}_R = R \times \vec{I} .$$

La tension \vec{U}_L aux bornes de la bobine idéale est donnée

par $\vec{U}_L = Z_L \times \vec{I}$, soit $\vec{U}_L = L\omega \times \vec{I}$.

On peut écrire : $\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L$.

On trace le diagramme de Fresnel pour calculer U .



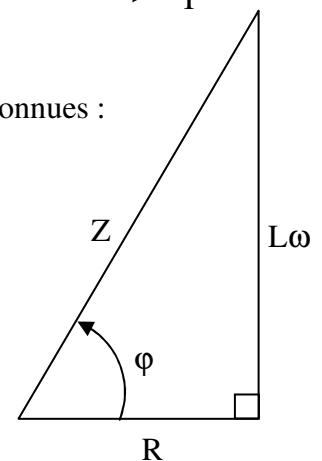
On obtient un triangle rectangle dont les longueurs de deux des cotés sont connues :

A l'aide du théorème de Pythagore, on peut déterminer la valeur de Z :

$$Z^2 = R^2 + (L\omega)^2$$

$$\text{donc } Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} .$$

$$\text{On a aussi : } \cos \varphi = \frac{R}{Z} , \text{ donc } \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}} .$$

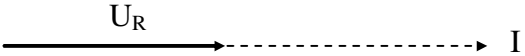
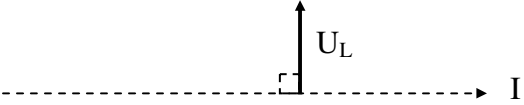
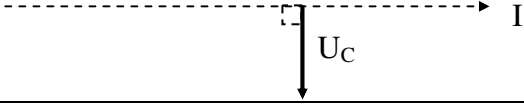
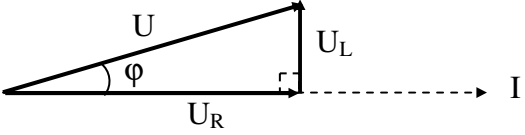
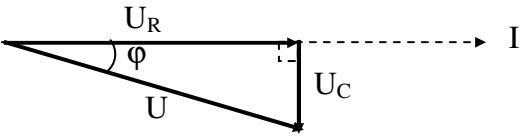
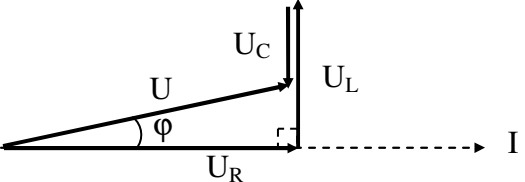


Application : déterminer l'impédance d'une bobine réelle d'inductance $L = 0,5 \text{ H}$ et de résistance interne $R = 50 \text{ } \Omega$ utilisée sur un montage fonctionnant sur le secteur ($f = 50 \text{ Hz}$). En déduire le facteur de puissance, puis la phase à l'origine.

$$Z = \sqrt{50^2 + (0,5 \times 2\pi \times 50)^2} , \text{ donc } Z = 165 \text{ } \Omega .$$

$$\cos \varphi = \frac{50}{\sqrt{50^2 + (0,5 \times 2\pi \times 50)^2}} , \text{ donc } \cos \varphi = 0,303 , \text{ donc } \varphi = 72,34^\circ .$$

NOTION D'IMPEDANCE : RESUME

	Impédance : Z	Facteur de puissance : $\cos \varphi$	Déphasage : φ	Schéma
Conducteur ohmique	R	1	0	
Inductance	$L\omega$	0	$\frac{\pi}{2}$	
Condensateur	$\frac{1}{C\omega}$	0	$-\frac{\pi}{2}$	
Circuit RL	$\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$	$\frac{R}{Z}$	Valeur à calculer	
Circuit RC	$\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}$	$\frac{R}{Z}$	Valeur à calculer	
Circuit RLC	$\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$	$\frac{R}{Z}$	Valeur à calculer	

Formules : $U = Z \times I$; $\omega = 2\pi f$.